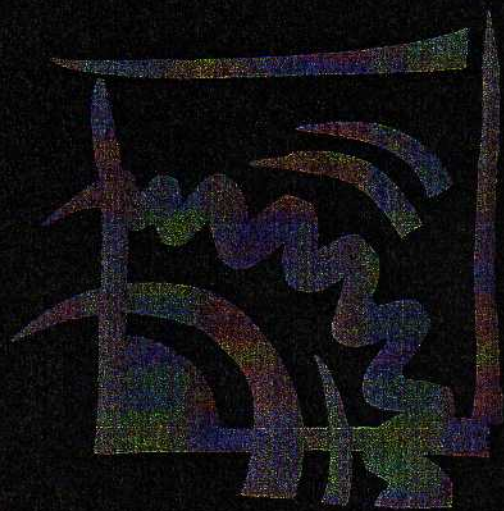


Erdélyi Magyar Műszaki Tudományos Társaság
Hungarian Technical Scientific Society of Transylvania
Societatea Maghiară Tehnico-Științifică din Transilvania

XXV. Nemzetközi
Gépészeti Konferencia



25th International Conference
on Mechanical Engineering
Conferința Internațională
de Inginerie Mecanică, ed. a 25-a

OGGÉTI 2017

Kolozsvár, 2017. április 27–30.
Cluj-Napoca, April 27-30, 2017
Cluj-Napoca, 27-30 aprilie 2017

Érintkezési nyomás optimalizálásával kapcsolatos néhány probléma elemzése

ANALYSIS OF THE SAME CONTACT PRESSURE OPTIMIZATION PROBLEMS

DR. PÁCZELT István professzor emeritus¹, DR. BAKSA Attila egyetemi docens²

¹Miskolci Egyetem, H-3515 Miskolc-Egyetemváros, tel: +36-30-269-5189, paczelt@freemail.hu

²Miskolci Egyetem, H-3515 Miskolc-Egyetemváros, tel: +36-46-565-162, mechab@uni-miskolc.hu

ABSTRACT

The paper deals with controlled contact pressure optimization for different beam and cylindrical bodies. An effective method in numerical calculation for determination of the optimal distribution of the contact load is given.

ÖSSZEFOGLALÓ

A cikk néhány érintkezési nyomás optimalizálásával kapcsolatos problémát elemez az érintkezési nyomás vezérlésének technikáját felhasználva. Különböző tartók megadott lefutású terhelésének biztosítására, hengeres cső megfogó szerkezetének kialakítására mutat be hatékony számítási eljárást.

Kulcsszavak: érintkezési feladat, optimalizálás

1. BEVEZETÉS

Az érintkezési feladatokhoz köthető optimalizálási problémákkal nem kevés munka foglalkozik. Az ezzel kapcsolatos munkák két nagy csoportra bonthatók. Az első csoport a kinematikai mennyiségek optimalizálásával [1], míg a másik csoport a dinamikai mennyiségek optimalizálásával foglalkozik. A második csoport munkáinak matematikai aspektusait a [2] könyv tartalmazza, ill. a [3] a múlt században publikált munkák áttekintését adja meg. Az általunk kimunkált érintkezési nyomás részleges vezérlésének gondolata [4] 2D és 3D-os optimalizálási munkáknál [5] nagyon hatékonynak bizonyult.

A [6] munka többféle megoldási módszert javasol görgők lekerekítésére, ill. egy későbbi [7] munka a terhelés felvehető maximális értékének meghatározására kínál hatékony módszert. Ezekben is a részleges vezérlési technika alkalmazása játszik fontos szerepet.

A vezérlési technikát az un. állandósult kopási állapotnál kialakuló kopott felület alakjának a meghatározásánál is fel tudjuk használni, lásd pl. [8,9,10]. Számos érintkezési probléma különböző optimalizálási problémáját vizsgálja a nemrég megjelent [11] könyv.

2. ÉRINTKEZÉSI NYOMÓERŐK OPTIMALIZÁLÁSA

Feltételezzük, hogy a teljes $S_c = \Omega$ érintkezési tartomány Ω_c altartományán végig érintkezés van. Bevezetve felületi s , t koordinátákat, a nyomást az alábbi alakban képezzük [2] $p_n(x) = c(x)p_{n,\max}$, ahol a vezérlő függvényről $0 \leq c(x) \leq 1$ feltételt követeljük meg, továbbá $p_{n,\max} = \max p_n(x)$, $x = [s, t]$. A nem vezérelt tartományon Ω_{nc} ($\Omega = \Omega_c \cup \Omega_{nc}$) az érintkezési nyomásnak az alábbi feltételt kell kielégíteni: $\chi(x) = c(x)p_{n,\max} - p(x) \geq 0$ $x \in \Omega_{nc}$. A vezérlőfüggvény egy lehetséges változatát írják le az (1), (2) alatti egyenletek:

$$V^*(s) = f_2 + (f_3 - f_2) \frac{s - L_2}{L_3 - L_2}, \quad f_2 \geq 0, f_3 \geq 0, \quad V(s) = 0, \quad 0 \leq s \leq L_1$$

$$V(s) = V^*(s) \left\{ 3 \left(\frac{s - L_1}{L_2 - L_1} \right)^2 - 2 \left(\frac{s - L_1}{L_2 - L_1} \right)^3 \right\}, \quad L_1 \leq s \leq L_2, \quad V(s) = V^*(s), \quad L_2 \leq s \leq L_3$$

$$V(s) = V^*(s) \left\{ 1 - 3 \left(\frac{s-L_3}{L_4-L_3} \right)^2 + 2 \left(\frac{s-L_3}{L_4-L_3} \right)^3 \right\}, L_3 \leq s \leq L_4, \quad V(s) = 0, L_4 \leq s \leq L \quad (1)$$

$$c(x) = V(s)\tilde{v}(t), \quad \tilde{v}(t) = 1 \quad (2)$$

2.1. Tartók terhelése

Vizsgáljuk az 1. ábrán vázolt prizmatikus tartókat. A tartókra az L_1, L_4 szakaszon a felette elhelyezkedő, függőlegesen megvezetett terhelő szerkezeten keresztül előírt nagyságú F_0 erő hat.

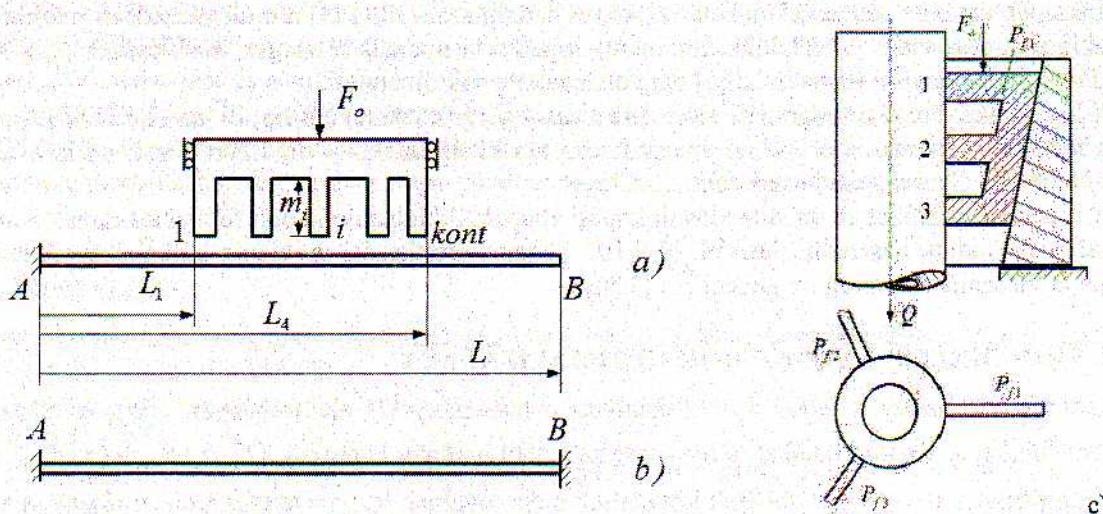
A terhelő szerkezet felső része merev, a függőleges részeket (oszlopokat) prizmatikus tartóknak (nyomott) tekintjük. Ezen tartók hosszától függően különböző nagyságú erő adódik át az alatta lévő tartóra. Célszerű, olyan oszlopmagasságok meghatározása, amivel az előírt $c(x)$ vezérfüggvénnyel megadott lefutású erők terhelik a tartót. Kis elmozdulás és rugalmas alakváltozás keretei között vizsgáljuk a feladatot.

Az érintkezés geometriai feltétele [4] kifejezi, hogy testek közötti lefele mutató elmozdulás a kezdeti hézagot is figyelembe véve zérus. A függőleges elmozdulások az érintkezési erőkből, a külső ismert terhelésből, merevtestszerű mozgásból származnak.

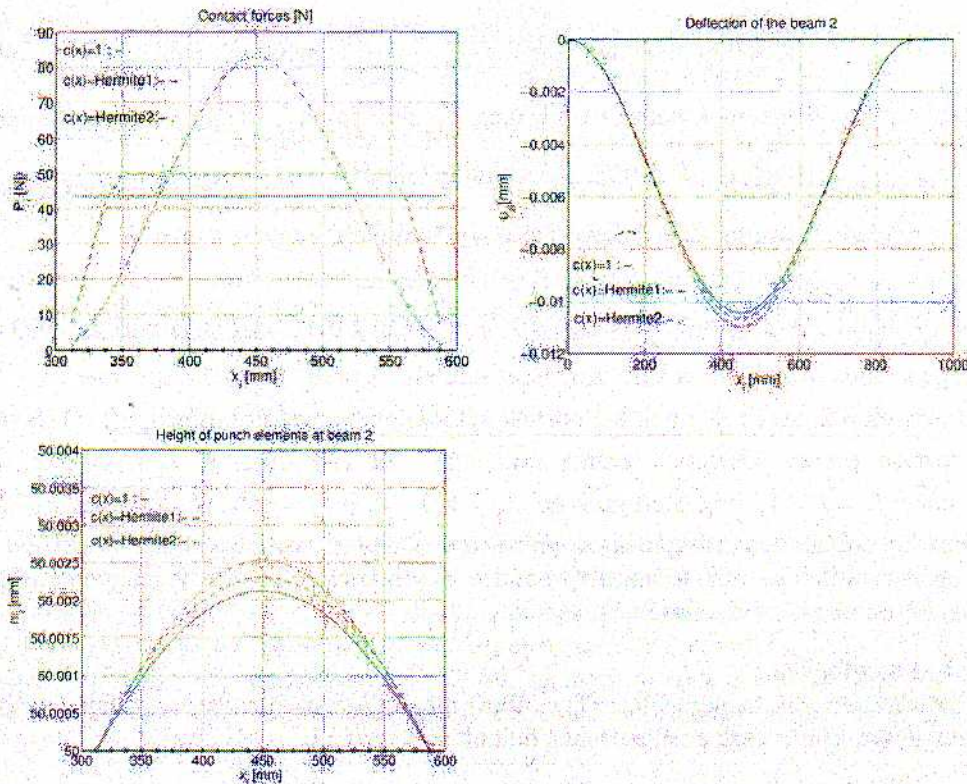
Vagyis $(u_n^{(2)}(p) + u_{load}^{(2)}) - (u_n^{(1)}(p) + u_{load}^{(1)} + \lambda) + g^{(0)} = 0$, ahol $u_n^{(i)}(p)$ az i -dik testre ható érintkezési erőkből származó elmozdulás, $u_{load}^{(i)}$ az i -dik testre ható ismert terhelésből származó elmozdulás, $g^{(0)}$ a kezdeti hézag, λ az 1-es test merevtestszerű eltolódása. Az érintkezésből $\int_{S_c} H^{(i)}(x,s) p(s) ds$ elmozdulás

származik, ahol $H^{(i)}(x,s)$ hatásfüggvény (Green függvény).

Diszkrétizálva a feladatot, a felső 1-es jelű test oszlopainak alján lévő pontok koordinátái $x_i, i=1, \dots, kont$. A kontakt erő támadáspontját x_j -vel fogjuk jelölni.



1. ábra. Tartók: a) baloldalon befalazott prizmatikus tartó, b) mindkét végén befalazott tartó, c) hengeres test megfogása



2. ábra. Számítási eredmények, a) Érintkezési erők, b) lehajlás, c) a terhelő szerkezet oszlopainak magassága.

Hatásmátrix elemei a tartó vonatkozásában az alábbiak:

a) baloldalon befalazott tartónál:

$$H^{(2)}(x_i, x_j) = H_{ij}^{(2)} = \frac{1}{6IE} \left\{ 3x_j x_i^2 - x_i^3 + \langle x_i - x_j \rangle^3 \right\}, \text{ ahol } \langle x_i - x_j \rangle^3 = \begin{cases} (x_i - x_j)^3, & \text{ha } x_i > x_j \\ 0 & x_i < x_j \end{cases} \quad (3a)$$

b) mindkét végén befalazott tartónál:

$$H^{(2)}(x_i, x_j) = H_{ij}^{(2)} = \frac{1}{6IEL^2} \left\{ x_j x_i^2 (L - x_j) [(L - x_j)(3L - x_i) + x_i x_j] + L^2 [L \langle x_i - x_j \rangle^3 - x_i^3 (L - x_j)] \right\} \quad (3b)$$

$$\text{Az 1-es testnél } H^{(1)}(x_i, x_i) = H_{ii}^{(1)} = \frac{m_i}{A_i E_i} \quad (3c)$$

ahol m_i az oszlop magassága, A_i , E_i a keresztmetszete, rugalmassági tényezője.

Az érintkezési erők előre meghatározhatók. Eredőjük $F_0 = \sum_{i=1}^{kont} P_i$, $P_i = P_{max} c(x_i)$, $P_{max} = F_0 / \sum_{i=1}^{kont} c(x_i)$.

Diszkrétizálás után a hatásmátrix elemei

$$H_{i,i} = H_{ij}^{(2)} + H_{ij}^{(1)}, H_{i,j} = H_{ij}^{(2)} \quad (4)$$

ill. a megoldandó egyenletrendszer

$${}^{(iter)} \mathbf{H} \mathbf{p} + {}^{(iter)} \mathbf{g}^{(0)} - e^{(iter)} \lambda = \mathbf{0}, \quad {}^{(iter)} \mathbf{H} \mathbf{p} = - {}^{(iter)} \mathbf{g}^{(0)} + e^{(iter)} \lambda, \quad {}^{(iter)} \mathbf{H} \mathbf{p} = {}^{(iter)} \mathbf{g}^{(0)*} \quad (5)$$

amelyből ${}^{(iter)} \mathbf{g}_1^{(0)} = 0$ -t kikötvén, ${}^{(iter)} \lambda = {}^{(iter)} \mathbf{g}_1^{(0)*}$, ${}^{(iter)} \mathbf{g}^{(0)} = e^{(iter)} \lambda - {}^{(iter)} \mathbf{g}^{(0)*}$ számolható. Itt $\mathbf{e}^T = [1 \ 1 \dots \ 1]$, T a transzponálás jele. Véve az új oszlop magasságot

${}^{(iter)}m_i = m_i^{(0)} - {}^{(iter)}g_i^{(0)}$, az oszlop hatásfüggvénye $H_{i,j}^{(1)} = \frac{{}^{(iter)}m_i}{A_i E_i}$ módosul. Ismételtlen megoldva az egyenletrendszer újabb oszlopmagasságok határozhatók meg. Gyakorlatban 2 iteráció után az értékek nem változnak.

A helyes megoldás ellenőrzésére a ${}^{(iter)}Hp = {}^{(iter)}m - m^{(0)} + e^{(iter)}\lambda = 0$ egyenlet áll rendelkezésre. Ennek megoldása az előírt értékeket tartalmazó érintkezési erők vektorát kell, hogy szolgáltatssa.

Számpélda:

Az alábbi adatok jellemezzék a tartót: $I = 166.66 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$, $E = 2.0 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, hossza $L = 900 \text{ mm}$, a terhelő oszlopok anyaga azonos a tartóéval, a keresztmetszet felülete $A_i = 100 \text{ mm}^2$, $i = 1, \dots, kont$.

Számítási eredmények a 2. ábrán nyerne bemutatást kétoldalon befalazott tartónál, $F_0 = 1 \text{ kN}$ terhelő erő háromfajta szétosztása esetén. Oszlopok száma $kont = 23$. Itt Hermite1-nél $L_1 = 300$, $L_2 = 350$, $L_3 = 550$, $L_4 = 600 \text{ mm}$, $f_2 = f_3 = 1$, míg Hermite2-nél $L_1 = 300$, $L_2 = L_3 = 450$, $L_4 = 600 \text{ mm}$. Látható, hogy a terhelő oszlopok hosszának (magasságának) kismértékű megváltoztatása biztosítja a megkívánt terhelési szétosztást. A kapott érintkezési erők lefutásából adódóan nyilvánvaló, hogy a legnagyobb lehajlás a Hermite2-höz tartozik. (A maximális erő a tartó közepén hat).

2.2. Hengeres test megfogása

A fenti technikát alkalmazzuk hengeres test (1. c. ábra) megfogásának elemzésre. A feladat részletes bemutatására helyhiány miatt, sajnos csak az előadásban tudunk sort keríteni.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A bemutatott kutató munka a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal – NKFIH, K115701 projekt támogatásával valósult meg, amelyért a szerzők köszönetüket fejezik ki.

IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] I. Páczelt. Some optimization problems connected with contact problems in the linear theory of elasticity, Variational methods in mechanics of solids, Ed. by. S. Nemat-Nasser, Pergamon Press, Oxford, 1980, p. 349-356.
- [2] J. Haslinger and P. Neittaanmaki. Finite element approximation for optimal shape design, John Wiley & Sons Ltd., London, 1988.
- [3] D. Hilding, A. Klarbring, J. Petterson. Optimization of structures in unilateral contact, ASME Appl. Mech. Rev. 1999, 52(4):139-160.
- [4] I. Páczelt. Iterative methods for solution of contact optimization problems, Arch. Mech. 2000, 52(4-5):685-711.
- [5] I. Páczelt and A. Baksa. Examination of contact optimization and wearing problems, Journal of Computational and Applied Mechanics, 2002, 3(1), 61-84.
- [6] I. Páczelt and T. Szabó, Optimal shape design for contact problems, Structural Optimization, 1994, 7(1/2), 66-75.
- [7] I. Páczelt, A. Baksa, T. Szabó. Product design using a contact-optimization technique, technique, Strojniski Vestnik-Journal of Mechanical Engineering, 53(7-8), 2007, 442-461.
- [8] I. Páczelt, Z. Mróz, Numerical analysis of steady thermo-elastic wear regimes induced by translating and rotating punches, Computes and Structures, 2011, 89, 2495-2521.
- [9] I. Páczelt, Z. Mróz, Solution of wear problems for monotonic and periodic sliding with p-version of the finite element method, Comput. Methods Appl. Mech. Engng., 2012, 249-252, 75-103.
- [10] I. Páczelt, A. Baksa, Z. Mróz, Contact optimization problems for stationary and sliding conditions, Springer International Publishing Switzerland 2016, P. Neittaanmaki et al. (eds), Mathematical Modeling and Optimization of Complex Structures, Computational Methods in Applied Sciences 40, 281-312, DOI 10.1007/978-3-319-23564-6_16.
- [11] N.V. Banichuk, S.Yu. Ivanova, Optimization: contact problems, (in Russian), Moskow, Fizmatlit, 2016.